Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

▶ Grundwissen

- Die absolute Häufigkeit gibt die Anzahl an.
- Die relative Häufigkeit gibt den Anteil an.
- Bei einer großen Anzahl an Versuchen ist die relative Häufigkeit ein Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses.

Beispiel: Jan gewann 20 von 80 Spielen.
absolute Häufigkeit: 20
relative Häufigkeit: $\frac{20}{80} = \frac{1}{4} = 25\,\%$
Jan gewinnt mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 25 %.

Trainieren

1 Ergänze die Tabellen.
Gib jeweils die relative Häufigkeit mit einem Bruch an.

Starthilfe relative Häufigkeit $= \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$

a) 50 Schüler entschieden sich jeweils für einen von sechs Kursen.

	Fußball	Handball	Chor	Tanz	Töpfern	Theater
absolute Häufigkeit	7	13	16	8	4	2
relative Häufigkeit	$\frac{7}{50}$	$\frac{13}{50}$	$\frac{16}{50} = \frac{8}{25}$	$\frac{8}{50} = \frac{4}{25}$	$\frac{4}{50} = \frac{2}{25}$	$\frac{2}{50} = \frac{1}{25}$

b) Würfelergebnisse

61165 23224 46456 33442 63512 26125 65256 51242

	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit	5	10	4	6	7	8
relative Häufigkeit	$\frac{5}{40} = \frac{1}{8}$	$\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$	$\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$	$\frac{6}{40} = \frac{3}{20}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{8}{40} = \frac{1}{5}$

2 Gib jeweils zuerst die absolute Häufigkeit an.
Gib danach die relative Häufigkeit als Bruch und in Prozent an.

Starthilfe $\frac{2}{20} = \frac{10}{100} = 10\,\%$

a) 20 Schüler schrieben einen Test.
Es gab folgende Noten. 2; 3; 3; 4; 1; 3; 1; 4; 2; 5; 3; 2; 2; 5; 4; 6; 2; 3; 4; 3

	Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6
absolute Häufigkeit	2	5	6	4	2	1
relative Häufigkeit	$\frac{2}{20} = 10\,\%$	$\frac{5}{20} = 25\,\%$	$\frac{6}{20} = 30\,\%$	$\frac{4}{20} = 20\,\%$	$\frac{2}{20} = 10\,\%$	$\frac{1}{20} = 5\,\%$

b) In einer Tüte sind 40 Gummibären.
Es sind 4 gelbe, 12 rote, 8 weiße, 2 grüne, 10 orange und einige zweifarbige.

	gelbe	rote	weiße	grüne	orange	zweifarbige
absolute Häufigkeit	4	12	8	2	10	4
relative Häufigkeit	$\frac{4}{40} = 10\,\%$	$\frac{12}{40} = 30\,\%$	$\frac{8}{40} = 20\,\%$	$\frac{2}{40} = 5\,\%$	$\frac{10}{40} = 25\,\%$	$\frac{4}{40} = 10\,\%$

3 Gib jeweils die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses an.

Starthilfe Die relative Häufigkeit ist bei großer Anzahl an Versuchen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit.

a) Von 1 000 Lautsprechern sind in der Regel 40 Lautsprecher fehlerhaft.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig gewählter Lautsprecher fehlerhaft?

$\frac{40}{1000} = \frac{4}{100} = 4\,\%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 4 % ist ein zufällig gewählter Lautsprecher fehlerhaft.

b) 520 von 1 000 Passanten einer Fußgängerzone gaben an, dass sie heute im Einkaufszentrum „Mehrkauf" waren.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt jemand von „Mehrkauf"?

$\frac{520}{1000} = \frac{52}{100} = 0{,}52 = 52\,\%$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 52 % kommt jemand von „Mehrkauf".

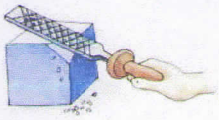
c) 310 Kinobesucher gaben an, dass ihnen der Film gefiel. 190 gaben an, dass ihnen der Film nicht gefiel.
Ein zufällig ausgewählter Kinobesucher wird angesprochen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat ihm der Film gefallen bzw. nicht gefallen?

$310 + 190 = 500$ $\frac{310}{500} = \frac{62}{100} = 62\,\%$ $\frac{190}{500} = \frac{38}{100} = 38\,\%$

Der Film gefiel ihm mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 62 % und gefiel ihm nicht mit ca. 38 %.

Anwenden und Vernetzen

4 Manipulierte und nicht manipulierte sechsseitige Würfel



a) Mit einem manipulierten Würfel wurde 1000-mal gewürfelt.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt jede Zahl auf?

	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit	110	210	100	240	140	200
Wahrscheinlichkeit	$\frac{110}{1000} = 11\,\%$	$\frac{210}{1000} = 21\,\%$	$\frac{100}{1000} = 10\,\%$	$\frac{240}{1000} = 24\,\%$	$\frac{140}{1000} = 14\,\%$	$\frac{200}{1000} = 20\,\%$

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird mit einem nicht manipulierten Würfel eine „6" geworfen? $P(„6") = \frac{1}{6} \approx 17\,\%$

c) Lara sagt: „Bei einem nicht manipulierten Würfel wäre rund 167-mal eine „6" gekommen, denn $\frac{167}{1000} \approx \frac{1}{6}$."
Was müsste das Ergebnis sein, wenn kein Fehler vorliegt?

d) Genau drei der Würfel sind manipuliert. Kreuze diese an.

☐ Würfel A: 5-mal „3" bei 12 Würfen
☒ Würfel B: 250-mal „2" bei 750 Würfen
☐ Würfel C: 10-mal „1" bei 40 Würfen
☐ Würfel D: 100-mal „4" bei 610 Würfen
☐ Würfel E: 200-mal „6" bei 1 100 Würfen
☐ Würfel F: 12-mal „1" bei 50 Würfen
☒ Würfel G: 100-mal „3" bei 120 Würfen
☒ Würfel H: 50-mal „6" bei 180 Würfen

e) Bei einem manipulierten Würfel fiel 500-mal eine „6" bei insgesamt 1 200 Versuchen.
Wie viele Versuche wären notwendig, damit ca. 3 000-mal eine „6 fällt?

	„6"	Versuche	
	500	1 200	
: 500	1	2,4	: 500
· 3000	3 000	7 200	· 3000

Ca. 7 200 wären notwendig, damit ca. 3 000-mal eine „6" fällt.

Laplace-Experimente

▶ Grundwissen

Wenn bei einem Zufallsexperiment alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind, gilt für die Wahrscheinlichkeit P für das Eintreten eines Ergebnisses e:

$$P(e) = \frac{1}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

Wenn mehrere Ergebnisse eines Zufallsexperiments zu einem Ereignis zusammengefasst werden,
gilt für die Wahrscheinlichkeit P für das Eintreten eines Ereignisses E:

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

Beispiel: Würfeln
$S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$
$P(„3“) = \frac{1}{8}$

$P(„3 \text{ oder } 8“) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Trainieren

1 Schreibe zuerst möglichst alle möglichen Ergebnisse auf.
Entscheide danach, ob die Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind.

Starthilfe Werfen der 1-€-Münze $S = \{\text{Kopf; Zahl}\}$ Sind die Ergebnisse gleichwahrscheinlich? ☒ ja ☐ nein

a) einmal Würfeln mit einem sechsseitigen Würfel

$S = \{$ 1; 2; 3; 4; 5; 6 $\}$ Sind die Ergebnisse gleichwahrscheinlich? ☒ ja ☐ nein

b) Anzahl der Tage eines zufällig ausgewählten Monats

$S = \{$ 31; 30; 29; 28 $\}$ Sind die Ergebnisse gleichwahrscheinlich? ☐ ja ☒ nein

c) Note in der nächsten Klassenarbeit

$S = \{$ 1; 2; 3; 4; 5; 6 $\}$ Sind die Ergebnisse gleichwahrscheinlich? ☐ ja ☒ nein

d) zufälliges Ziehen einer der zehn, durchnummerierten Kugeln (1 bis 10)

$S = \{$ 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10 $\}$ Sind die Ergebnisse gleichwahrscheinlich? ☒ ja ☐ nein

e) Wettlauf gegen den jüngsten Mitschüler

$S = \{$ verloren; unentschieden; gewonnen $\}$ Sind die Ergebnisse gleichwahrscheinlich? ☐ ja ☒ nein

f) zufällig verschlafen

$S = \{$ verschlafen; nicht verschlafen $\}$ Sind die Ergebnisse gleichwahrscheinlich? ☐ ja ☒ nein

2 Ermittle jeweils die Wahrscheinlichkeit des Ergebnisses.

Starthilfe Werfen der „1“ einer 1-€-Münze Anzahl der möglichen Ergebnisse: 2 $P(„1“) = \frac{1}{2}$

a) Würfeln einer „5“ mit einem sechsseitigen Würfel $P(„5“) = \frac{1}{6}$

b) zufälliges Ziehen der Kugel „3“ von zehn durchnummerierten Kugeln (1 bis 10) $P(„3“) = \frac{1}{10}$

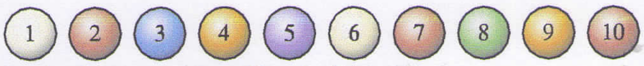
c) zufälliges Ziehen der Karte „Tafeldienst“ aus fünf unterschiedlichen Karten $P(„\text{Tafeldienst}“) = \frac{1}{5}$

d) zufälliges Ziehen von „Pik 7“ aus den Spielkarten: Pik 7, 8, 9 und 10 $P(„\text{Pik } 7“) = \frac{1}{4}$

e) zufällig die „Namen der Zwillinge“ nicht verwechseln $P(„\text{Namen der Zwillinge}“) = \frac{1}{2}$

f) zufällig am „Sonntag“ Geburtstag haben $P(„\text{Sonntag}“) = \frac{1}{7}$

3 Ermittle jeweils die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses.



Starthilfe zufälliges Ziehen einer „3 oder 7“ aus zehn durchnummerierten Kugeln (1 bis 10)
Anzahl der günstigen Ergebnisse: 2 Anzahl der möglichen Ergebnisse: 10 $P(\text{„3 oder 7“}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

a) zufälliges Ziehen der „3, 4, 5, 6 oder 7“ aus zehn durchnummerierten Kugeln (1 bis 10)

Anzahl der günstigen Ergebnisse: 5 Anzahl der möglichen Ergebnisse: 10 $P(\text{„3, 4, 5, 6 oder 7“}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

b) zufälliges Ziehen einer Zahl „kleiner als 5“ aus zehn durchnummerierten Kugeln (1 bis 10)

Anzahl der günstigen Ergebnisse: 4 Anzahl der möglichen Ergebnisse: 10 $P(\text{„kleiner als 5“}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

c) zufälliges Ziehen einer Zahl „größer als 7“ aus zehn durchnummerierten Kugeln (1 bis 10)

Anzahl der günstigen Ergebnisse: 3 Anzahl der möglichen Ergebnisse: 10 $P(\text{„größer als 7“}) = \frac{3}{10}$

d) zufällig am „Wochenende“ Geburtstag haben

Anzahl der günstigen Ergebnisse: 2 Anzahl der möglichen Ergebnisse: 7 $P(\text{„Wochenende“}) = \frac{2}{7}$

e) Würfeln einer „1 oder 6“ mit einem sechsseitigen Würfel

Anzahl der günstigen Ergebnisse: 2 Anzahl der möglichen Ergebnisse: 6 $P(\text{„1 oder 6“}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

f) Würfeln einer „1, 4 oder 6“ mit einem sechsseitigen Würfel

Anzahl der günstigen Ergebnisse: 3 Anzahl der möglichen Ergebnisse: 6 $P(\text{„1, 4 oder 6“}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

g) Würfeln einer „positiven Zahl“ mit einem sechsseitigen Würfel

Anzahl der günstigen Ergebnisse: 6 Anzahl der möglichen Ergebnisse: 6 $P(\text{„positive Zahl“}) = \frac{6}{6} = 1$

h) Würfeln einer „negativen Zahl“ mit einem sechsseitigen Würfel

Anzahl der günstigen Ergebnisse: 0 Anzahl der möglichen Ergebnisse: 6 $P(\text{„negative Zahl“}) = \frac{0}{6} = 0$

4 In einem Gefäß liegen 40 weiße Kugeln, 20 rote, 15 gelbe und 25 blaue.
Meret zieht ohne hinzusehen eine der Kugeln.
Wie groß ist jeweils die Wahrscheinlichkeit für folgendes Ereignis?

a) Meret zieht eine weiße Kugel. $P(\text{„weiß“}) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

b) Meret zieht eine rote Kugel. $P(\text{„rot“}) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

c) Meret zieht eine gelbe Kugel. $P(\text{„gelb“}) = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

d) Meret zieht eine blaue Kugel. $P(\text{„blau“}) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

Anwenden und Vernetzen

5 Mara zieht eine Karte aus dem Skatspiel mit zwei fehlenden Karten.
Ermittle jeweils die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses.
Gib sie als Bruch, gekürzten Bruch, Dezimalzahl und in Prozent an.

Starthilfe $P(\text{„J“}) = \frac{4}{30} = \frac{2}{15} \approx 0{,}13 = 13\,\%$

a) Mara zieht eine rote Karte. $P(\text{„rot“}) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%$

b) Mara zieht ein Ass. $P(\text{„Ass“}) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 0{,}1 = 10\,\%$

c) Mara zieht eine rote 7, 8 oder 9. $P(\text{„7, 8 oder 9“}) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\,\%$

d) Mara zieht keine Karte mit Zahl. $P(\text{„keine Zahl“}) = \frac{14}{30} = 0{,}4\overline{6} \approx 47\,\%$

6 Betrachte die Karten in Aufgabe 5. Welche Karten sind wegzunehmen (also zu streichen), damit $P(\text{„rote Zahl“}) = 0{,}2$?
individuelle Lösung (10 Karten, davon „zwei rote Zahlen“ können übrig bleiben.)