# Lernangebot der Geschwister-Scholl-Schule Blieskastel

| **Fach:** | Mathematik E-Kurs | **Klasse:** | 8a/b | **Lehrer/in:** | Lion |
|---|---|---|---|---|---|
| **Bei Fragen folgenden Kontaktweg wählen:** | | | Lion.schule@gmail.com | | |

| Arbeitsauftrag | Erledigt | Datum | Unterschrift: Erziehungsberechtigte(r) |
|---|---|---|---|
| **Vergleiche deine Lösungen aus der letzten Woche mit der Musterlösung (hier in der PDF-Datei)** | ❑ | | |
| **Bearbeite im Buch die Aufgaben S.148/149 („Klar so weit?“)** | ❑ | | |

## Oberfläche von Zylindern

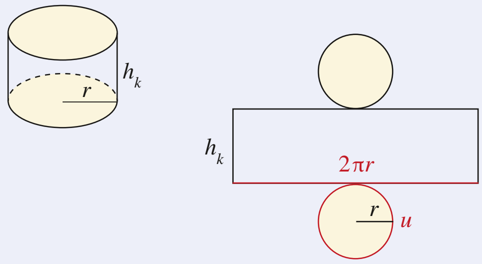
**▶ Grundwissen**

- Für dem Oberflächeninhalt $O$ gilt:

$G =$ $r^2 \cdot \pi$

$M =$ $2 \cdot r \cdot \pi \cdot h$

$O =$ $2G + M = 2 \cdot r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h_k$




**▶ Auftrag:** Ergänze die Formeln.

## Trainieren

**1** Netz und Oberflächeninhalt eines Zylinders

**a)** Vervollständige das Netz des abgebildeten Zylinders im Maßstab 1 : 100.


**b)** Gib den Flächeninhalt einer Grundfläche, der Mantelfläche und der Oberfläche des Zylinders an.

$G =$ $r^2 \cdot \pi = (1{,}5\,\text{m})^2 \cdot \pi \approx 7{,}07\,\text{m}^2$

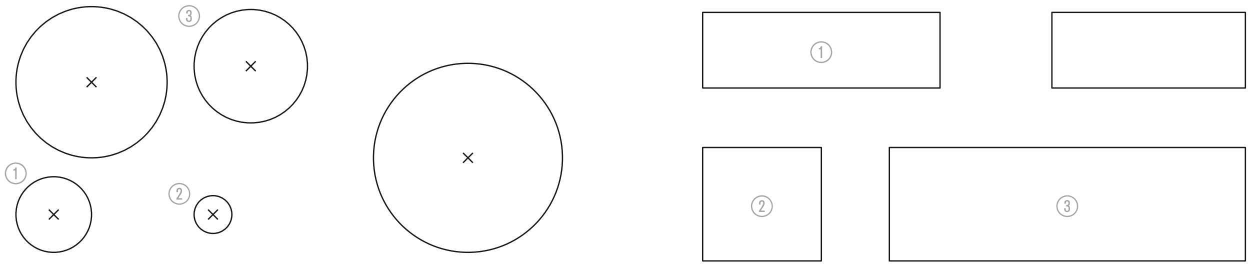
$M =$ $2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = 2 \cdot 1{,}5\,\text{m} \cdot \pi \cdot 1{,}2\,\text{m} \approx 11{,}31\,\text{m}^2$

$O =$ $2G_Z + M_Z = 2 \cdot 7{,}07\,\text{m}^2 + 11{,}31\,\text{m}^2 = 25{,}45\,\text{m}^2$

**2** Vervollständige die Tabelle.

| Radius | Durchmesser | Flächeninhalt der Grundfläche | Höhe | Flächeninhalt der Mantelfläche | Flächeninhalt der Oberfläche |
|---|---|---|---|---|---|
| 17 cm | 34 cm | 907,92 cm² | 5,5 cm | 587,48 cm² | 2 403,32 cm² |
| 1,2 m | 2,4 m | 4,52 m² | 70 cm | 5,28 m² | 14,32 m² |
| 0,3 cm | 0,6 cm | 0,28 cm² | 5,6 m | 1 055,58 cm² | 1 056,14 cm² |
| 74 mm | 148 mm | 17 203,36 mm² | 12 mm | 5 579,47 mm² | 39 986,19 mm² |

**3** Grundflächen und Mantelflächen




**a)** Zu welchen drei Grundflächen von Zylindern sind passende Mantelflächen abgebildet?

**b)** Berechne die Oberflächeninhalte der Zylinder aus Teilaufgabe **a**.
Runde die Endergebnisse auf volle Quadratzentimeter.

Zylinder ①: $O = 2 \cdot \pi \cdot (0{,}5\ \text{cm})^2 + 2 \cdot \pi \cdot 0{,}5\ \text{cm} \cdot 1\ \text{cm} \approx 4{,}71\ \text{cm}^2 \approx 5\ \text{cm}^2$

Zylinder ②: $O = 2 \cdot \pi \cdot (0{,}25\ \text{cm})^2 + 2 \cdot \pi \cdot 0{,}25\ \text{cm} \cdot 1{,}5\ \text{cm} \approx 2{,}75\ \text{cm}^2 \approx 3\ \text{cm}^2$

Zylinder ③: $O = 2 \cdot \pi \cdot (0{,}75\ \text{cm})^2 + 2 \cdot \pi \cdot 0{,}75\ \text{cm} \cdot 1\ \text{cm} \approx 10{,}60\ \text{cm}^2 \approx 11\ \text{cm}^2$

**c)** Zu zwei Grundflächen passt keine der Mantelflächen.
Wie lang müsste das übrig gebliebene Rechteck sein, damit es die zugehörige Mantelfläche ist?

**Rund 6,28 cm bzw. 7,85 cm müsste die Mantelfläche des Zylinders lang sein.**

## Anwenden und Vernetzen

**4** Eine Litfaßsäule hat einen Durchmesser von 1,2 m. Ihre Klebefläche ist 3 m hoch.
Wie viele bedruckte DIN-A4-Blätter könnten darauf geklebt werden, ohne dass deren Inhalte verdeckt sind?
Hinweis: Jede Seite des Arbeitsheftes hat DIN-A4-Format.

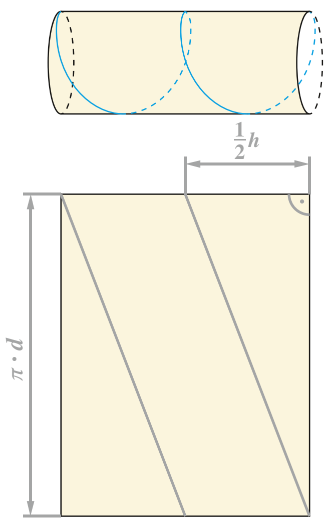

**Flächeninhalt eines DIN-A4-Blattes:** $21{,}0\ \text{cm} \cdot 29{,}7\ \text{cm} = 623{,}7\ \text{cm}^2$

**Flächeninhalt der Klebefläche:** $2\pi \cdot 60\ \text{cm} \cdot 300\ \text{cm} \approx 113\,097{,}34\ \text{cm}^2$

$113\,097{,}34\ \text{cm}^2 : 623{,}7\ \text{cm}^2 \approx 181{,}33$

**Rund 180 DIN-A4-Blätter könnten darauf geklebt werden, ohne dass deren Inhalte verdeckt sind.**

**5** Um einen Zylinder wurde in zwei vollständigen Umläufen eine Schnur gewickelt.
Er hat eine Höhe von $h = 3$ m und einen Durchmesser von $d = 50$ cm.
Im Bild sind der Zylinder und sein abgewickelter Mantel skizziert.




**a)** Gib den Oberflächeninhalt des Zylinders an.

$O = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2\pi r \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot (0{,}25\ \text{m})^2 + 2\pi \cdot 0{,}25\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} \approx 5{,}11\ \text{m}^2$

**Der Oberflächeninhalt des Zylinders beträgt rund 5,11 m².**

**b)** Zeichne den Verlauf der Schnur in den abgewickelten Zylindermantel ein.

**c)** Kreuze die Länge der Schnur an.

☐ ca. 3 m ☒ ca. 4 m ☐ ca. 5 m ☐ ca. 6 m

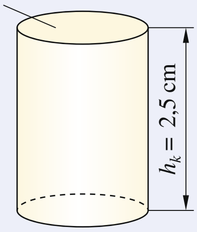
## Volumen von Zylindern

### ▶ Grundwissen

Das Volumen $V$ eines Zylinders ist das Produkt
des Flächeninhalts der Grundfläche $G$ und der Körperhöhe $h_k$.

$V = G \cdot h_k$  $G = \pi \cdot r^2$

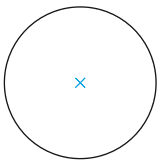
Beispiel: $V =$ $3{,}5\ \text{cm}^2 \cdot 2{,}5\ \text{cm} = 8{,}75\ \text{cm}^3$




▶ **Auftrag:** Ergänze das Beispiel.

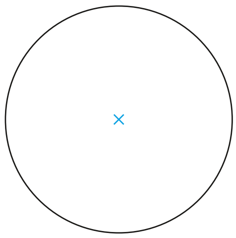
### Trainieren

1 Abgebildet sind Grundflächen von 4 cm hohen Zylindern.
Ermittle jeweils den Flächeninhalt der Grundflächen $G$ und das Volumen $V$.

a) 

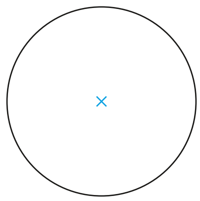
$G \approx$ $3{,}1\ \text{cm}^2$

$V \approx$ $12{,}6\ \text{cm}^3$

b) 

$G \approx$ $7{,}1\ \text{cm}^2$

$V \approx$ $28{,}3\ \text{cm}^3$

c) 

$G \approx$ $4{,}9\ \text{cm}^2$

$V \approx$ $19{,}6\ \text{cm}^3$

Ergebnisse zum Abstreichen:
3,1
4,9
7,1
12,6
19,6
28,3
13,7

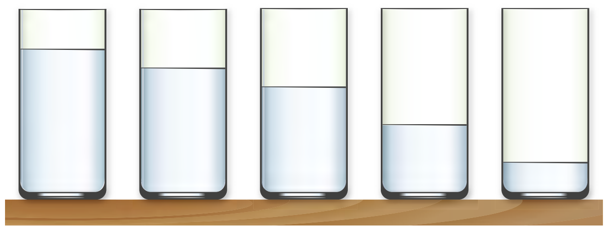
2 Ergänze die Tabelle für Zylinder.

| Radius | Durchmesser | Grundfläche | Höhe | Volumen |
|---|---|---|---|---|
| 5 cm | 10 cm | 78,54 cm² | 8 cm | 628,32 cm³ |
| 2,5 mm | 5 mm | 19,63 mm² | 3,2 mm | 62,82 mm³ |
| 6,2 m | 12,4 m | 120,76 m² | 15,32 m | 1 850,04 m³ |
| 1 dm | 2 dm | 3,14 dm² | 3,6 dm | 11,30 dm³ |

3 Aus einem Glas wurde mehrmals getrunken. Anfangs waren 200 ml Wasser darin (1. Bild).

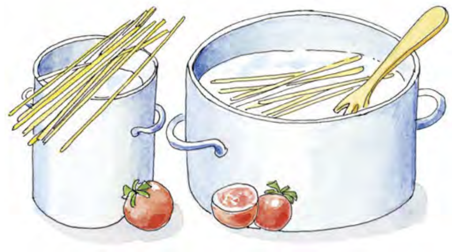
a) Schätze, wie viel Wasser jeweils im Glas war.

| 1. Bild | 2. Bild | 3. Bild | 4. Bild | 5. Bild |
|---|---|---|---|---|
| 200 ml | 175 ml | 150 ml | 100 ml | 50 ml |



b) Gib Innenlängen von Gläsern an, die genau 200 ml fassen.
Hinweis: Prüft gegenseitig die vorgeschlagenen Möglichkeiten.
z. B.
1. Möglichkeit: $h = 10\ \text{cm}$ $r \approx 2{,}5\ \text{cm}$ $(G \approx 20\ \text{cm}^2)$

2. Möglichkeit: $h = 8\ \text{cm}$ $r \approx 2{,}8\ \text{cm}$ $(G \approx 25\ \text{cm}^2)$



**4** Zwei zylinderförmige Kochtöpfe sind gleich hoch. Der Durchmesser des zweiten Topfes ist doppelt so groß wie der des kleineren.

**a)** Berechne die Volumen beider Töpfe, wenn der kleinere 12 cm hoch ist und einen Durchmesser von 13 cm hat. Gib die Ergebnisse in Litern an.

kleinerer Topf: $\pi \cdot (6{,}5\text{ cm})^2 \cdot 12\text{ cm} \approx 1\,600\text{ cm}^3 \approx 1{,}6\text{ l}$

größerer Topf: $\pi \cdot (13\text{ cm})^2 \cdot 12\text{ cm} \approx 6\,400\text{ cm}^3 \approx 6{,}4\text{ l}$

**b)** Wievielmal größer ist das Volumen des größeren Topfes vermutlich?
Zusatzaufgabe: Begründe deine Vermutung mit einer Formel.

Vermutung: 4-mal

Begründung: $V_{\text{groß}} = \pi \cdot (2r)^2 \cdot h = 4 \cdot (\pi \cdot r^2 \cdot h) = 4 \cdot V_{\text{klein}}$

**5** Eine zylinderförmige Regentonne soll laut Etikett ein Fassungsvermögen von $0{,}5\text{ m}^3$ haben. Als Höhe sind auf der Regentonne 1,10 m eingeprägt und als Durchmesser 76 cm.

**a)** Passt das Etikett zu der Regentonne?

$\pi \cdot (0{,}38\text{ m})^2 \cdot 1{,}1\text{ m} \approx 0{,}5\text{ m}^3$

Das Etikett passt zu der Regentonne, wenn die Innenmaße eingeprägt wurden.

**b)** An einem Tag wird die bis dahin leere Tonne halb voll.
Wie viel Wasser ist in der Tonne?

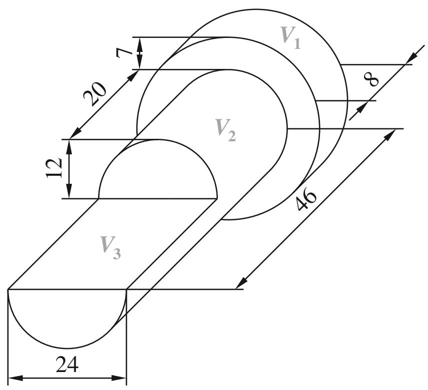
$0{,}5\text{ m}^3 : 2 = 0{,}25\text{ m}^3 = 250\text{ l}$

Rund $0{,}25\text{ m}^3$ Wasser ist in der Tonne.

## Anwenden und Vernetzen

**6** Das in der Zeichnung dargestellte Werkstück wurde an der Dreh- und Fräsmaschine gefertigt. Als Rohling wurde ein Zylinder mit einem Durchmesser von $d = 40$ mm und einer Höhe von $h = 55$ mm verwendet.

**a)** Berechne das Volumen $V$ des Werkstückes.
Hinweis: Zerlege das Werkstück in drei Teilkörper.




$V = V_1 + V_2 + V_3$
$V = \pi \cdot r_1^2 \cdot h_1 + \pi \cdot r_2^2 \cdot h_2 + 0{,}5 \cdot \pi \cdot r_3^2 \cdot h_3$
$V = \pi \cdot (19\text{ mm})^2 \cdot 8\text{ mm} + \pi \cdot (12\text{ mm})^2 \cdot 20\text{ mm}$
$\quad + 0{,}5 \cdot \pi \cdot (12\text{ mm})^2 \cdot 26\text{ mm}$
$V = \pi \cdot 2\,888\text{ mm}^3 + \pi \cdot 2\,880\text{ mm}^3 + \pi \cdot 1\,872\text{ mm}^3$
$V = \pi \cdot 7\,640\text{ mm}^3 \approx 24\,001{,}77\text{ mm}^3 \approx 24{,}00\text{ cm}^3$

Das Werkstück hat ein Volumen von rund $24\text{ cm}^3$.

**b)** Wie viel Prozent vom Rohling (Zylinder) wurden zu Abfall?

Volumen des Rohlings: $V_R = \pi \cdot (20\text{ mm})^2 \cdot 55\text{ mm} \approx 69{,}12\text{ cm}^3$

Volumen des Abfalls: $V_A = V_R - V = 69{,}12\text{ cm}^3 - 24{,}00\text{ cm}^3 = 45{,}12\text{ cm}^3$

$45{,}12\text{ cm}^3 : 69{,}12\text{ cm}^3 \approx 0{,}65 = 65\,\%$ Der Abfall beträgt etwa 65 %.